

LIBROS

Rahman, Shahid, *Über Dialoge Protologische Kategorien und andere Seltenheiten*, Frankfurt a. M./Berlín/Berna/Nueva York/París/Viena, Peter Lang, 1993, 318 pp. Prólogo de Kuno Lorenz.

Shahid Rahman nos propone una visión nueva de los problemas implícitos en la lógica dialógica de Lorenz y Lorenzen, considerada como una interpretación del intuicionismo.

El autor nos introduce rápidamente (pp. 19-20) en su plan de trabajo: se trata de la fundamentación de las reglas de marco o estructura de juego (*Rahmenregeln*): la fundamentación seguirá dos caminos, el primero es el de la *justificación relativa* (primera parte del libro), que es una formalización de dichas reglas, lo que le permite probar metateoremas que todavía no habían sido probados para la dialógica. El segundo es el de la *justificación interpretativa* (segunda parte del libro), en el se da una solución brouweriana a la tantas veces criticada arbitrariedad y falta de fundamentación de las reglas de juego (cf. Hintikka en *Lógica, juegos de lenguaje e información* por ejemplo, pp. 130-131, o Felscher en su artículo sobre lógica dialógica en el tomo II del *Handbook of Phil. Logic* de Gabbay y Guenther). Ambos caminos muestran importantes resultados, por ejemplo: caracterización de las propiedades metalógicas de dos cálculos dialógicos conocidos, generalización de la matemática operativa de Lorenzen y una interpretación categorial de la relación de dependencia argumentativa.

1. La justificación relativa de las reglas dialógicas

El vocabulario de la dialógica incluye, además de las constantes lógicas habituales, dos símbolos P y O que signan toda fórmula bien formada del sistema (cf. p. 229). P y O representan dos personas que argumentan: proponente y oponente. El juego argumentativo se desarrolla de acuerdo con dos tipos de reglas:

(a) Las reglas de las constantes lógicas que esquematizan la argumentación acerca de una fórmula compleja. Es decir, muestran cómo ha de atacarse o defenderse dicha fórmula compleja. Las esquematizaciones se llaman *formas argumentativas* (FA). Cada constante lógica determinará obviamente otra FA. Así por ejemplo, si una persona propone una conjunción, entonces el ataque exigirá que la parte, digamos, izquierda de la conjunción sea demostrada. La defensa consistirá en contestar precisamente ese requerimiento, en este ejemplo la defensa debe demostrar la validez de la parte izquierda. La defensa de

una fórmula existencialmente cuantificada, por el contrario, deja la elección al defensor, i. e., el defensor muestra que la fórmula en cuestión es satisfecha por un objeto que él ha determinado a su elección (cf. p. 22). En la misma página hay una errata, en la FA de la negación se establece el ataque mediante $(Y) \rightarrow w$ cuando en realidad es $(Y)w$.

(b) Las reglas de estructura de juego (RE). Norman la ganancia y pérdida del juego y las jugadas permitidas por cada jugador en cada turno. Sólo el último de una serie de diferentes ataques, por ejemplo, ha de ser defendido. En un diálogo formal, otro ejemplo, P puede acertar una proposición atómica sólo si O ya la ha acertado antes, O en cambio puede acertar una proposición atómica, sin restricción alguna.

Si recordamos que la dialógica es una interpretación de la lógica de Brouwer formalizada por Heyting, es fácil ver que la regla de restricción de la defensa al último ataque sustituye pragmáticamente la asimetría de la relación entre estadios de información que caracteriza un modelo semántico intuicionista *alla* Kripke. En lugar de definir saltos de un estadio de información al otro se define el pasaje de una estrategia a otra y tal como en los modelos semánticos la no-demostrabilidad de una fórmula en un estadio dado no se hereda a los estadios accesibles, tampoco en la dialógica se heredan en nuevas estrategias los ataques anteriormente no contestados. El autor facilita esta comparación por medio de una interpretación argumentativa de los modelos, que él llama *formas estratégicas* (FE). En lugar de estadios de información se definen estadios de argumentación z_i , la relación de accesibilidad R_z es interpretada como la relación (reflexiva y transitiva) de dependencia argumentativa en el conjunto Z de estadios z_i . Dado que se demuestra que los diálogos son consistentes y completos, respecto de FE (las FA se reflejan en R_z que introduce un orden parcial en Z , y las reglas de estructura se reflejan en la asignación de fórmulas a estadios z_i), se dice que las reglas que describen los diálogos han sido justificadas relativamente (i. e., en relación con la noción de consecuencia lógica determinada por FE).

Lorenzen y Lorenz desarrollaron dos diferentes tipos de reglas de marco de juego: las *simétricas* (REs), en las que sólo puede atacarse la última aserción del rival y las *asimétricas* (REa), en las que P sí puede atacar una aserción anterior a la última. La distinción desembocó en un enfrentamiento filosófico entre dos bandos: los simétricos y los asimétricos. Gerrit Haas y Walter Felscher demostraron que los dos tipos de reglas validan las mismas fórmulas y con ello pareció solucionada la discusión. Pero si ambos validan las mismas fórmulas, ¿en dónde reside la diferencia formal? Lorenz defendió la versión simétrica apoyándose en la intercambiabilidad de O y P en las FA, Lorenzen y

posteriormente la escuela de Erlangen entienden O y P como una diferente signación de fórmulas, diferenciación que debe reflejarse en los distintos roles que las reglas de estructura asignan al oponente y al proponente. El hecho de que fórmulas O-signadas equivalen a la parte izquierda de una secuencia de Gentzen y que las P-signadas a la derecha tampoco trajo una solución al conflicto. Rahman aporta un análisis original y fructífero a la discusión. Su punto de partida es el de una formalización de las reglas de estructura en un cálculo de refutación *alla* Smullyan que le permite diferenciar entre los dos sistemas en puja, por medio de sus consecuencias metalógicas. No existe prioridad de uno sobre el otro, sino más bien que un sistema posee propiedades metalógicas distintas que el otro. Por primera vez demuestra para la dialógica metateoremas importantes, como definibilidad dialógica, lema de Padoa, interpolación para la asimetría, teorema de la disyunción y del existencial.

El medio es simple y claro, a pesar de que la notación dificulta la lectura innecesariamente: las FA y las RE pueden ser formalizadas en un sistema no determinístico que reglamenta la construcción de un árbol refutativo. En la raíz del árbol se encuentra la expresión que debe ser demostrada y en los nudos se encuentran subfórmulas, que han sido asignadas de acuerdo con las diferentes reglas que determinan para cada forma argumentativa P u O-signada, el pasaje de una fórmula a la subfórmula correspondiente. La primera asignación se sigue de un intento de refutar la raíz. Las reglas para fórmulas P-signadas determinan las estrategias ganadoras que ha de seguir P para defender la fórmula correspondiente que aún no ha sido demostrada y es atacada por O. Dualmente, las reglas para fórmulas O-signadas determinan las estrategias P-ganadoras que se siguen de una aserción O-signada. En suma, las reglas P representan aserciones que no son aún P-ganadoras, las O en cambio aserciones que son P-ganadoras. Lo que hace a este árbol refutativo intuicionista es una regla que el autor llama *regla del tachado* que determina que cuando se cambia de estrategia sólo se conservan las fórmulas O-signadas, las aún no demostradas se *tachan*. Es obvio que la regla traduce la condición de asimetría de los modelos semánticos *alla* Kripke y la restricción de defensa al último de los ataques de las RE que mencionamos anteriormente. La pregunta es, ¿a partir de dónde ha de cambiarse de estrategia o más precisamente cuándo ha de aplicarse la regla del tachado? Si la aplicamos siempre que haya que desarrollar una fórmula P-signada, resulta que nunca habrá en la misma rama del árbol más de una fórmula P-signada, y entonces O sólo puede poner en juego esta única (última) expresión, y esto se traduce a un sistema REa. Si aplicamos en cambio la regla del tachado, solamente en el caso de las constantes lógicas que exigen cambio de estrategia (*i. e.*, de la negación, el condicional y el cuantificador universal), resulta que hasta tanto

no se haya aplicado una regla para dichas constantes es posible que en la misma rama haya más de una expresión P-signada y por tanto cualquiera de ellas puede ser atacada por O. En otras palabras, nos encontramos en REs.

Esta sistematización muestra que mientras REs basa su interpretación en la distinción entre un comportamiento normal (*i. e.*, clásico) y un comportamiento anormal (*i. e.*, no-clásico) de las constantes lógicas, REa lo hace en la distinción entre los roles de P y O. Esta caracterización permite una descripción metalógica de ambos sistemas de RE: en REa puede por primera vez darse una demostración que explota las diferencias entre los roles de P y O en los teoremas de la disyunción y el existencial. REa permite una prueba dialógicamente constructiva de la interpolación, la definibilidad y el lema de Padoa. Completitud y consistencia con respecto a FE, por otra parte, son más directas para REs.

2. La justificación interpretativa de las reglas dialógicas

La justificación relativa de la dialógica nos hace ver que sus reglas son una interpretación adecuada de la lógica intuicionista. Pero si no queremos partir de una formalización ya dada del intuicionismo, deberíamos buscar una justificación que no se reduzca a mostrar que la dialógica equivale a un cálculo determinado. Más bien, deberíamos mostrar que la dialógica se puede abstraer, tal como propuso Brouwer, de construcciones matemáticas. Lorenzen propuso en su matemática operativa una fundamentación del intuicionismo a partir de operaciones esquemáticas básicas, que describen cómo producir una figura a partir de otras figuras y reglas. Esos sistemas operativos fueron llamados cálculos operativos. Lorenzen intenta luego demostrar que un metalenguaje acerca de esos cálculos, construido con reglas *aceptables* en todo cálculo (una nueva regla es *aceptable* en un cálculo si su uso no aumenta el número de figuras derivables de ese cálculo), describe una lógica intuicionista. En suma la lógica intuicionista (lógica operativa) es la descripción más general posible de todo sistema operativo matemático. El problema es que los sistemas operativos no parecen ser una base suficientemente rica para describir toda construcción matemática. La actual teoría de las categorías, como bien hace notar el autor del libro, parece poder reemplazar a la teoría de conjuntos en su carácter de fundamentación de la matemática con el mismo (si no mayor) poder de generalización y ello por medio de una interpretación operativa de la matemática. Las categorías con una operación llamada clasificador de subobjetos se llaman *topos*. Así como la función característica en la teoría de conjuntos define un álgebra de Boole, así también define el clasificador de todo *topos* matemático un álgebra que fundamenta una lógica intuicionista. Es decir, la lógica que

describe a la lógica de todo *topos* es una lógica intuicionista. Ella es la más general de las lógicas operativas. Rahman justifica la dialógica, siguiendo el camino de Lorenzen, pero después de haber generalizado la matemática operativa en una matemática de *topoi*: dominios operativos (categorías) reemplazan dominios de cálculos y la correspondencia isomórfica entre los subobjetos de una categoría y los elementos del clasificador del *topos* (categorías protológica) correspondiente reemplaza al metacálculo operativo.

En suma, es un libro que aporta un enfoque original a la lógica dialógica y precisa, en un marco actual, los conceptos y problemas comprendidos en la discusión lógico-filosófica del tema. (R. Monge)