Mario Gómez Torrente, *Forma y modalidad, una introducción al concepto de consecuencia lógica*, Eudeba, 2000, 109 pp.

Forma y modalidad es un trabajo breve y claro que desarrolla las principales problemáticas relativas al concepto de *consecuencia lógica*, al poner especial énfasis en las discusiones generadas a partir del año 1990 por el trabajo *The concept of logical consequence*[1], de John Etchemendy. Como su autor declara, el libro solo presupone los conocimientos básicos de un curso de lógica elemental y algunos rudimentos de teoría de conjuntos. Ciertos capítulos exigen algún conocimiento ligeramente más especializado pero, como también el autor indica, en una segunda lectura pueden ser comprendidos sin dificultad.

La tesis que guía este escrito es una defensa de la concepción tarskiana de consecuencia lógica presentada en su célebre artículo de 1936, "Sobre el concepto de consecuencia lógica"[2]. Si bien Gómez Torrente deja incompleta la tarea de probar la corrección de esta propuesta, al brindar solo algunas demostraciones parciales, sí objeta satisfactoriamente varios argumentos importantes que pretendían socavar su validez y, de esta manera, logra sembrar dudas sobre la idea de que se hayan generado buenos motivos para desdeñarla.

El libro comienza con una definición general de qué se entenderá por consecuencia lógica en *sentido intuitivo*. Se destacan dos propiedades de esta relación, que se da entre un conjunto de oraciones (las premisas) y una única oración (la conclusión): la *formalidad* y la *modalidad*; lo primero refiere a que todo argumento con igual forma que uno que se considere válido lo será a su vez. Lo segundo, por su parte, significa que la conclusión se sigue *necesariamente* de las premisas.

El primer capítulo concluye con algunas críticas a quienes niegan la división entre consecuencia en sentido general y consecuencia lógica, como un caso particular de la primera. En especial, aquella posición que afirma que todo caso de consecuencia (por ejemplo: "el hombre es libre, por lo tanto, el hombre tiene responsabilidad moral") sean en realidad casos de consecuencia lógica si los consideramos *entinemas* (argumentos con premisas elididas). El

[1] Etchemendy, John (1990): *The Concept of Logical Consequence*, Harvard University Press, Cambridge (Massachusetts).

[2] Tarski, Alfred (1936): "On the concept of Logical Consequence" en *Logic, Semantics, Metamathematics*, 2º edición, Hackett, Indianapolis.

núcleo de la argumentación de Gómez Torrente es que aquel que sostuviera esta posición debería aceptar que dadas dos oraciones verdaderas cualesquiera, siempre podría considerarse que entre ambas se da un caso de consecuencia lógica.

El libro continúa con un repaso por las diferentes definiciones de consecuencia lógica, desde Aristóteles, pasando por los filósofos megáricos y estoicos, Frege y, por último, Tarski. A los dos primeros les atribuye haber captado tanto el componente formal como el modal, así como haber aislado una gran cantidad de formas de razonamientos válidos. A Frege, por su parte, le adjudica una concepción revolucionaria de formalidad, dado el innovador lenguaje simbólico del filósofo alemán. Además, este propuso una nueva definición de consecuencia lógica, asociada directamente con la *derivabilidad* de una fórmula en un número finito de pasos, a partir de otras y un conjunto reducido de reglas.

En cuanto a Tarski, cuya concepción será la tratada extensamente en el libro, se destaca el mencionado artículo de 1936, en el cual no propone una nueva noción de formalidad –ya que en ese aspecto el artículo presupone el trabajo de Frege– pero sí, en cambio, una nueva perspectiva sobre el componente *modal*, lejana a la de derivabilidad mencionada anteriormente.

La motivación tarskiana para dicha innovación fue la de encontrarse con ciertos casos de consecuencia lógica intuitivos que, sin embargo, no podían ser probados mediante la aplicación de reglas finitarias de derivación (como el caso de que una propiedad pueda ser constatada para cada uno de los individuos de un sistema, pero no pueda probarse el enunciado cuantificado universalmente). Tal es el caso de los sistemas conocidos como incompletos.

El primer intento de una definición de consecuencia lógica que resuelva casos como el citado es presentado por Tarski a través de la siguiente condición:

“(F) Si, en las oraciones del conjunto K y en la oración X, las constantes –además de las constantes puramente lógicas– son sustituidas por cualesquiera otras constantes (con los mismos signos siempre sustituidos por los mismos signos), y si llamamos ¨K’¨ al conjunto así obtenido a partir de K, y ¨X’¨ a la oración obtenida a partir de X, entonces la oración X’ debe ser verdadera dado solamente que todas las oraciones de K’ sean verdaderas” (Tarski, 1936: 415).

Sin embargo, dicha condición es solo necesaria y no suficiente: puede ser satisfecha por el mero hecho de que el lenguaje en cuestión no disponga de un inventario lo suficientemente amplio de constantes no lógicas (por ejemplo, un lenguaje cuyas únicas constantes de individuo sean “3” y “9” y los únicos predicados “Ser un número impar” y “Ser múltiplo de tres” consideraría como casos de consecuencia lógica, según esta definición, inferencias como “G(b)/F(a)”).

Es aquí cuando Tarski propone su definición tradicional: una conclusión X es consecuencia lógica de un conjunto K de premisas si y solo si, *para toda interpretación*, si es el caso que las premisas son verdaderas, entonces la conclusión también lo es. La noción de *interpretación* de un lenguaje que usa Tarski se define como una *secuencia* que asigna *objetos apropiados* a las constantes no lógicas de dicho lenguaje. Son las *funciones formulares* (el resultado de sustituir las constantes no lógicas por variables de los tipos adecuados) las que pueden ser *satisfechas* por interpretaciones del lenguaje en cuestión. Esta última noción (la de satisfacción) se define al usar las herramientas semánticas tarskianas habituales: dado un lenguaje cualquiera y un conjunto ordenado que incluya sus constantes individuales, sus predicados n-ádicos y sus funciones, se dice que una oración O de ese lenguaje es *satisfecha* por una secuencia *f* de objetos si y solo si tal secuencia asigna los objetos apropiados del conjunto ordenado a la función formular O’ correspondiente a la oración O (al considerar los casos de una definición recursiva típica de cualquier lenguaje de lógica para los distintos casos que las conectivas y funciones de dicho lenguaje propongan).

En el capítulo V se hace un análisis de esta definición tarskiana de consecuencia lógica. Se interpreta que esta solo busca definir coextensionalmente la noción intuitiva de consecuencia lógica. Por lo tanto, harán falta dos argumentos para probar su corrección: uno que pruebe que todo caso de consecuencia intuitivo es también un caso de consecuencia lógica tarskiana (CLT en adelante) y otro que pruebe la relación inversa.

El primer argumento es simple y satisfactorio: se basa en las nociones pre teóricas en las que reposa el concepto de consecuencia lógica, según se definió en los primeros capítulos. La segunda parte, aquella que prueba que todo caso de CLT es también un caso de consecuencia intuitiva debe probar dos cosas: que el concepto de CLT es *formal* y que es *modal* (esto es, que la CLT cumple con las propiedades adjudicadas a la CL intuitiva).

El argumento que prueba lo primero es breve y tiene como única dificultad el que descansa en la idea de que todo caso de “interpretación” es, o puede expresarse según algún procedimiento adecuado en, un caso de interpretación, en el sentido técnico definido por Tarski. Esta dificultad será examinada en capítulos posteriores.

Sin embargo, sobre la segunda prueba necesaria, aquella que debe demostrar que la CLT es *modal*, dice Gómez Torrente que no encontraremos un argumento tal en Tarski. La razón de esto es que dicho autor era profundamente escéptico con respecto al valor explicativo de las nociones modales. Sin embargo, Gómez Torrente introduce una posible objeción a la CLT que pone énfasis en la necesidad de probar que dicha relación debe tener un componente modal para ser satisfactoria: la objeción se basa en que ciertos enunciados que son verdades lógicas (esto es, que son consecuencia de cualquier conjunto de premisas) no son, sin embargo, verdades *necesarias*: oraciones tales como "$\exists x \exists y(x \neq y)$" (existen dos objetos en el mundo) son verdades lógicas (es decir, consecuencias lógicas de cualquier conjunto de premisas) y, a pesar de eso, no es *imposible* pensar un mundo en que haya menos de dos objetos. Esta objeción es conocida también como la objeción a la concepción tarskiana con "dominio fijo".

Aquí Gómez Torrente introduce una nueva definición de lo que llamará "estructura" tarskiana, la cual no difiere de la noción de "interpretación" dada anteriormente, salvo en que en el conjunto ordenado ahora se agrega el elemento *U*, un conjunto no vacío del cual saldrán los objetos que la secuencia *f* asignará a las constantes no lógicas del lenguaje en cuestión. Esta nueva definición es lo que normalmente se denomina "modelo de dominio variable" (esta terminología no es usada por Gómez Torrente).

La nueva definición evita los problemas producidos por la objeción anterior, que declaraba verdades lógicas tarskianas (en adelante VLT) a toda fórmula verdadera que versara sobre la cardinalidad del dominio. Este problema ahora no se produce, dado que el dominio *U* puede, por ejemplo, tener un solo objeto y, por lo tanto, afirmaciones como la anterior ya no serían verdades lógicas.

Gómez Torrente se enfrenta entonces a la objeción de si esta nueva definición de CL se puede asociar a la tarskiana definida anteriormente. Su respuesta es positiva, si se hace una suposición "inusual pero razonable": la de que los cuantificadores que no aparecen explícitamente relativizados, en realidad lo están, pero de forma implícita: esto es, que un enunciado de la forma "$\exists x \exists y(x \neq y)$" es una abreviatura de un enunciado de la forma "$\exists x Ux \exists y Uy(x \neq y)$" (expresión que podría parafrasearse como "existe un *x* en un universo *U* y existe un *y* en un universo *U* […]"). De esta manera, la noción de *interpretación* antes definida se correspondería extensionalmente con la de *estructura* y, como se ha dicho, enunciados como estos no serían VLT.

Sin embargo, haber probado que un supuesto caso de CLT que implicaba sin *necesidad* no lo hacía realmente, no autoriza a probar la tesis más general: esto es, que todo caso de CLT es *modal*. El autor intenta iluminar la noción de modalidad a través de la propuesta de que toda atribución de *necesidad* es, en realidad, una atribución de máxima *generalidad*. Por ejemplo, explica que "cuando decimos que las leyes de la física son necesarias, lo que hacemos es simplemente decir que carecen de excepciones (en el mundo actual), que *siempre* se aplican con verdad".

La estrategia de Gómez Torrente será la de tratar de definir todos los *posibles modos de interpretar*, de manera tal que estos abarquen la mayor generalidad concebible y produzcan, por lo tanto, una respuesta positiva a la pregunta de si la CLT es *modal* (dado que, en caso de resultar satisfactoria la propuesta, la CLT sería una relación que transferiría verdad de *todo conjunto posible de premisas* a toda *posible conclusión*). El inconveniente para probar que todo modo de interpretar intuitivo es también un caso de "modo de interpretar" definido tarskianamente es que este último supone una estructura conjuntística y, dado que existen colecciones de objetos que no son conjuntos, la definición tarskiana no sería lo suficientemente abarcadora para los fines propuestos.

Los pasos siguientes son los de definir nociones análogas a la de "estructura", pero para las cuales el universo U no sea un *conjunto actual*. Las definiciones versarán sobre clases (definidas como colecciones no conjuntísticas), conjuntos posibles y clases posibles. Ahora bien, todo modo de interpretar según clases posibles incluye a los de clases y todo aquel de conjuntos posibles, incluye a su vez a los de conjuntos (la definición dada de "estructura"). Pero también puede predicarse una inclusión entre clases posibles y conjuntos posibles. Por lo tanto, si lograra probar que toda "estructura" es extensionalmente equivalente a todo modo de interpretar según clases posibles, su meta habría sido lograda.

Al utilizar el resultado de los trabajos de Kreisel, Gómez Torrente explica que toda consecuencia lógica en el sentido tarskiano explicado será también un caso de consecuencia lógica para clases posibles. Esto (dado el alcance de las clases posibles) demuestra que la noción definida de consecuencia lógica es *modal*. Sin embargo, este argumento usa el teorema de completitud, que solo funciona en lógicas de primer orden, por lo cual no se ha probado que esto rija también en lenguajes de orden superior. El autor declara que es, al menos, muy probable que este resultado pueda extenderse y que, por lo menos, no se ha probado lo contrario.

Se enfrenta luego con ciertas posiciones que argumentan que las propiedades de *formalidad* y *modalidad* son necesarias, pero no suficientes para definir el concepto de consecuencia lógica. En particular, trata la cuestión de si todo caso de CLT es también un caso de implicación a priori. Descarta algunos contraejemplos subsidiarios de la decisión convencional de que se suponga que toda constante no lógica tenga denotación y que el universo *U* sea no vacío, puesto que es posible probar que la CLT se aplica sin dificultad a sistemas lógicos que no dependen de este supuesto. Sí sería problemático para la teoría tarskiana, en cambio, el que se probara que existen casos de VLT que no sean a priori, ni aún bajo los supuestos mencionados. El autor se dedica a probar, al echar nuevamente mano a los resultados de Kreisel, que en primer orden esto no es así. Queda abierta la cuestión sobre qué sucede en órdenes superiores.

Se encuentra con un caso análogo al enfrentarse con la idea de que la CLT debe ser analítica, donde 'analítica' se entiende de manera no estándar: una oración es implicada por un conjunto de premisas *analíticamente* si y solo si tal implicación es únicamente en virtud del significado de las constantes no lógicas. De igual manera que en el caso de la aprioridad, utiliza nuevamente los resultados de Kreisel para demostrar que en primer orden esto no es problemático, y queda abierto una vez más qué sucede en los otros órdenes; incidentalmente, se refuta un argumento de Etchemendy que intenta probar que en segundo orden la CLT no implica analíticamente.

En los últimos tres capítulos del texto, se investiga al concepto de constante lógica y sus dificultades, relativas a las diferentes nociones de consecuencias lógicas (y sus consecuentes extensiones) que derivan de seleccionar conjuntos no estándar de constantes lógicas y no lógicas. No parece haberle causado inconvenientes a Tarski el que todo término de un lenguaje sea considerado lógico, puesto que entonces la CLT sería definible en términos de consecuencia material; sí es problemático el que se tome por constantes no lógicas operadores que típicamente son considerados lógicos. Por esto es que se analizan distintas definiciones de constante lógica. En particular, se expone la noción de constante lógica tarskiana (en adelante, CoLT) definida como aquella noción lógica que mantiene su denotación en todas las permutaciones de la clase (en una teoría de tipos) en cuestión bajo cualquier universo *U*. También se analiza la noción definida de constante lógica según Mostowski (aunque este no usara dicha definición con este fin; la propuesta es de Sher, 1991). La misma puede definirse como sigue: una noción es una constante lógica mostowskiana (en adelante, CoLM) si y solo si para cualesquiera universos *U* y *V,* de la misma cardinalidad, y para toda biyección de *U* sobre *V* la denotación de la noción no varía. Puede observarse con facilidad que toda CoLM es un caso de CoLT, aunque a la inversa no ocurra lo mismo.

Posteriormente se analiza si toda constante lógica (en el sentido estándar) es un caso de constante lógica tarskiana. La respuesta afirmativa se encuentra en un teorema del mismo Tarski y de Lindenbaum de 1935. Este resultado se aplica tanto a la noción pre teórica de constante lógica, que solo incluye las constantes usuales y los cuantificadores de orden inferior, como también a la noción de los logicistas que no aceptan esta exclusión.

Sin embargo, tal resultado no es atinente para la pregunta de si toda CoLT o CoLM son constantes lógicas en el sentido estándar. En primer lugar, predicados que denotan a nociones lógicas como el conjunto vacío son constantes lógicas según ambas definiciones (por ejemplo, el predicado monádico "*Un*" cuya interpretación es "Un unicornio"). Podrían modificarse las definiciones para que incorporaran características modales, como *universos U (y V) en todo mundo posible*, pero este expediente no resolvería problemas como el de predicados del tipo "Heptaedro", definido como un poliedro regular de siete caras, dado que tal figura no es posible y denotaría el conjunto vacío en toda permutación.

El libro concluye con una demostración, cuya utilidad es parcial, de que dado un lenguaje *L* en el cual todas sus constantes lógicas sean CoLM en *todos los mundos posibles*, entonces si en *L* X es CLT de un conjunto K de premisas, se sigue que X es CL (según conjuntos posibles) del conjunto K de premisas.

Más allá de la parcialidad de este resultado, el texto logra generar buenos argumentos para considerar que libros como el mencionado de Etchemendy no le han dado la estocada final al artículo tarskiano. Sintéticamente: el trabajo de Gómez Torrente demuestra que la CLT es extensionalmente adecuada para la concepción intuitiva de CL, por lo menos para lenguajes de primer orden y, con mucha probabilidad, en órdenes superiores. Puede considerárselo, además, una excelente introducción, sin superficialidades, para quienes deseen iniciarse en esta interesante discusión. *(Milton Laufer)*