REFLEXIONES ACERCA DE LA NECESIDAD LOGICA

GLADYS PALAU

Es sabido que la lógica modal se originó en el análisis de los enunciados modales y el silogismo modal de Aristóteles. Su motivación inicial fue caracterizar la noción de enunciado contingente. Sin embargo, su definición de enunciado contingente como aquel enunciado que es posible y no necesario, lo llevó a establecer la primera definición de enunciado (lógicamente) necesario en términos de la no posibilidad de su negación. Sin embargo no hay en Aristóteles una definición explícita de las nociones de *verdad necesaria* o de *necesidad lógica*. Fue Diodoro quien por primera vez relacionó la naturaleza de un enunciado condicional con la idea de necesidad. En efecto, para él un enunciado condicional es verdadero cuando es verdadero en todos los tiempos y lo que es verdadero en todos los tiempos es necesario. Debieron pasar siglos hasta que Leibniz caracterizara la verdad necesaria como aquella que es verdadera en todos los *mundos posibles*. Debieron pasar también siglos para que en los años 30 del siglo XX C. I. Lewis construyera los primeros sistemas modales sintácticos basados en las definiciones aristotélicas. Sin embargo, es posible afirmar que el posterior y vertiginoso desarrollo de la lógica modal, se debió a las semánticas de S. Kripke, ya que, inspiradas precisamente en el concepto leibniziano de mundo posible, posibilitaron caracterizar por primera vez la noción de enunciado necesario. Posteriormente, David Lewis basado también en la noción de mundo posible, construyó uno de los primeros sistemas lógicos capaces de expresar las condiciones de verdad de los enunciados condicionales contrafácticos, con la originalidad de que en él también es posible definir el concepto de enunciado necesario.

En el presente trabajo nos proponemos mostrar: 1) que los sistemas modales clásicos construidos a partir de las semánticas de Kripke, pese a su inspiración leibnizina, no dan cuenta estrictamente de la noción de verdad necesaria de Leibniz; 2) que en los desarrollos posteriores a las semánticas de Kripke, los sistemas modales y, en particular el significado de los operadores modales, han perdido paulatinamente el contenido filosófico originario; y 3) que la semántica de David Lewis para los condicionales contrafácticos, a pesar de haber resultado más rica para la lógica filosófica que los sistemas modales basados en la semántica tradicional de mundos posibles, tampoco ha permitido expresar adecuadamente la idea leibniziana de verdad necesaria.

1. El concepto leibniziano de verdad necesaria

Es sabido que se debe a Leibniz la actual y ya tradicional definición de enunciado (lógicamente) necesario como aquel que es verdadero en todo mundo posible. En su trabajo *Leibniz on Possible Worlds* (1968) Benson Mates reconstruye las ideas lógicas de Leibniz bajo la forma de un sistema formal (SL) construido a partir del lenguaje de la lógica de predicados monádica con identidad, más precisamente el sistema Σ_5 de Kalish y Montague, al que le agrega el operador $\Box$ para denotar la necesidad lógica. Sintácticamente el sistema SL es más fuerte que el sistema S5 de C. I. Lewis en el sentido de que todo teorema de S5 es teorema de SL y contiene además algunas peculiaridades tales como la invalidez de la regla de generalización universal y de la fórmula de Barcan, entre otras. Pero, a nuestro propósito, sólo nos interesa rescatar ciertas características generales de la semántica de SL y en particular las referidas al fragmento proposicional. Las características principales de su semántica son:

1) La noción de *mundo posible* en sentido de Leibniz debe entenderse como un *conjunto maximal de conceptos individuales completos mutuamente composibles,* donde por *concepto individual completo* debe entenderse el conjunto maximal de atributos simples satisfacibles por un individuo y por *mutuamente composible,* la relación que expresa la posibili-

dad que tienen los atributos de ejemplificarse en un mismo individuo. Así, todo mundo posible es un conjunto maximal de conceptos individuales completos generado por la relación de composibilidad sobre el conjunto de los conceptos individuales completos.

2) Dado que la relación de composibilidad es una relación de equivalencia, esta divide al conjunto de los conceptos individuales completos en clases de equivalencia, que no son otra cosa que los mundos posibles. Puesto que las clases de equivalencia son conjuntos disyuntos, si bien todos los mundos posibles tienen el mismo conjunto de propiedades, cada concepto individual completo pertenece solamente a un mundo posible. De éstas se sigue:

3) Hay infinitos mundos posibles y el mundo actual es uno de los infinitos mundos posibles que pueden haber existido, pero es el que ha sido elegido por Dios para la creación y por ello es el mejor de todos.

4) Dada la forma de construcción de los mundos posibles señalada en 1), todos los mundos posibles son similares o están a la par respecto de su construcción lógica y de la posibilidad lógica de realización[1], es decir han sido construidos similarmente.

5) De lo anterior se sigue que cada individuo del mundo actual se relaciona con todos los individuos de los demás mundos posibles, lo cual responde, según B. Mates a la idea leibniziana de que todos los conceptos individuales de cada mundo posible se "miran" los unos a los otros.

6) La verdad o falsedad de un enunciado se predica en relación a un mundo posible determinado. De esta forma, una enunciado verdadero en el mundo actual puede tener un valor de verdad distinto en otro mundo posible

7) Los enunciados verdaderos en el mundo actual y en cualquier otro mundo posible son precisamente los enuncia-

[1] Por "posibilidad lógica de realización" debe entenderse que desde un punto de vista lógico cualquiera de los mundos posibles, por tener la misma estructura lógica, podría haber sido elegido por Dios en el momento de la creación.

dos necesarios o, como los llamó también Leibniz, las verdades *de razón*. Y

8) Hay un único conjunto de verdades de razón o verdades necesarias y son precisamente aquellas que *son verdaderas en todos los mundos posibles*[2].

2. Las primeras aproximaciones formales

Los primeros sistemas axiomáticos modales, conocidos como S1, S2, S3, S4 y S5, que contribuyeron a la elucidación de la idea de necesidad lógica, se le deben a C. I. Lewis. Sin embargo, ellos no estuvieron motivados directamente por este propósito, sino más bien por una crítica al concepto de deducibilidad o consecuencia lógica sintáctica generada por la definición veritativo funcional de la implicación material. La motivación principal de estos sistemas fue construir una nueva propuesta para caracterizar el concepto metalingüístico de deducibilidad en términos de una conectiva del lenguaje objeto llamada *implicación estricta*, $\Rightarrow$, definida en términos de un operador modal de posibilidad y las conectivas clásicas negación y condicional material. Recién en formulaciones posteriores se reemplazará al operador de posibilidad por el de necesidad, ya que afirmar $\neg\Diamond\neg p$ resulta lógicamente equivalente a afirmar $\Box p$. Es sabido que de los cinco sistemas sintácticos que C. I. Lewis construyó sobre la base del lenguaje de la lógica proposicional y el operador modal $\Box$, los tres primeros son sistemas sobre la implicación estricta, definida sobre la base del operador de posibilidad. Posteriormente es Feys quien sintetiza estos tres sistemas bajo el hoy conocido con el nombre de *sistema T*. La importancia lógica de este sistema radica en que es el sistema modal más débil que permite caracterizar la noción de necesidad lógica (i.e., permite

[2] Las verdades necesarias son también caracterizadas por Leibniz desde un punto de vista más estrictamente lógico como aquellas que su negación implica una contradicción.

demostrar la interdefinibilidad de los operadores modales $\Box$ y $\Diamond$ y contiene la regla de *Necesariedad,* $\vdash A \rightarrow \vdash \Box A$). En general, tanto el sistema T como los sistemas S4 y S5, están caracterizados por un conjunto de axiomas propios a cada uno de ellos y cuya intersección no es vacía, es decir tienen axiomas comunes. Sin embargo cada uno de estos sistemas queda caracterizado por un axioma especial, que constituirá su axioma característico. Ellos son:

Axioma característico de T: $\vdash \Box p \rightarrow p$

Axioma característico de S4: $\vdash \Box p \rightarrow \Box\Box p$

Axioma característico de S5: $\vdash \Diamond p \rightarrow \Box\Diamond p$

Hubieron de pasar casi quince años desde la publicación de *Symbolic Logic* y de *Survey of Symbolic Logic* de C. I. Lewis, para que R. Carnap construyera una semántica para un sistema modal sintácticamente equivalente a S5. En él se pudo formular la primera elucidación lógica del concepto de verdad necesaria de Leibniz.

En efecto, Carnap, inspirándose según su propio reconocimiento en algunas ideas de Wittgenstein, brindó una primera caracterización del concepto de verdad necesaria (o verdad lógica) basándose en la noción de descripción de estado, en tanto sinónimo de la noción de mundo posible. Así, un enunciado es *necesario* con relación a un lenguaje L si y sólo si es *lógicamente verdadero* en ese lenguaje y una enunciado es un *enunciado lógicamente verdadero* en un lenguaje L si y sólo si es verdadero en toda descripción de estado. Finalmente, *una descripción de estado* respecto de un lenguaje L es una clase o conjunto de sentencias del lenguaje L que contiene, para cada sentencia atómica, o bien a ella misma o bien a su negación. Según Carnap (1947), el concepto de *descripción de estado* brinda una descripción de un posible estado del universo de individuos respecto de todas las propiedades y relaciones expresadas por los predicados del sistema. Carnap afirma explícitamente que este concepto representa la idea leibniziana de *mundo posible* y la de *estado-de-cosas* de Wittgenstein y que su noción de L-verdadero (o verdad lógica) es el *explicatum* de la noción de verdad necesaria de Leibniz y de verdad *a priori* de Kant.

A nuestros propósitos no interesa profundizar ni en el sistema de Carnap ni en analizar si la sinonimia entre *mundo posible* y *descripción de estado* propuesta por Carnap es adecuada[3]. Sólo nos interesa destacar, en primer lugar, que el sistema modal de Carnap articula por primera vez el desarrollo sintáctico de los sistemas de C. I. Lewis con la noción de mundo posible de Leibniz, y en segundo lugar, la coincidencia entre Leibniz y Carnap respecto de qué mundos posibles se deben tener en cuenta para validar un enunciado necesario. En efecto, el conjunto de descripciones de estados en los que un enunciado es verdadero en un lenguaje L constituye su rango y un enunciado es lógicamente verdadero si y sólo si su rango es el mismo que el conjunto de todas las descripciones de estado de L (Carnap, 1947). De esta forma todos los enunciados necesarios o lógicamente verdaderos en un lenguaje L tienen el mismo rango, o sea, el conjunto de *todas* las descripciones de estado de L. En términos leibnizianos sería equivalente a decir que es verdadero en el conjunto de *todos* los mundos posibles. Para ambos, se satisface el requisito de unicidad respecto del conjunto de las verdades necesarias, ya que hay solamente una clase de verdades necesarias, es decir un único conjunto de enunciados que son verdaderos en todos los mundos posibles.

3. Las semánticas de Kripke

A partir de los trabajos de S. A. Kripke de los años 60 se inaugura un nuevo tipo de semántica no sólo para los sistemas

[3] Sin embargo, merece destacarse que si en la definición de descripción de estado de Carnap, por enunciado atómico se toman los enunciados singulares con predicados simples, se torna muy estrecha la semejanza con la noción de mundo posible tal como la describe B. Mates, incluso ambas caracterizaciones presentan las mismas dificultades en lo que se refiere a la determinación de las propiedades simples a los efectos de preservar consistencia. Para una discusión detallada de estas cuestiones remitimos a R. Bull y K. Segerberg en "Basic Modal Logic", en *Handbook of Philosophical Logic,* vol. II. Editado por D. Gabbay and F. Guenthner, Reidel, 1984, quien a su vez remite a J. Hintikka: "Carnap·s heritage in logical semantics", en Carnap. *Logical Empiricist: Material and Perspectives,* Editado por J. Hintikka, Reidel, 1975.

de C. I. Lewis, sino para cualquier sistema modal. Reseñaremos brevemente los rasgos principales de esta semántica.

(i) En ellas se define primero un *modelo de Kripke* como una terna $<M, \Re, V>$, donde M es un conjunto de mundos posibles, $\Re$ es una relación llamada de *accesibilidad* entre mundos (entre los elementos de M) y V una función valuación de fórmulas relativa a cada mundo m_i miembro de M.

(ii) Puesto que $\Re$ es una relación de orden entre mundos, las distintas propiedades de $\Re$ generan distintos tipos de ordenes entre los mundos. En otras palabras, las propiedades de $\Re$ determinan el conjunto de mundos que son accesibles respecto de un mundo seleccionado m_i (el cual no tiene por qué ser el mundo actual).

(iii) Para determinar si un enunciado A es necesario en un mundo m_i habrá que determinar si A es verdadero en todos los mundos m_j accesibles a m_i. De donde se sigue la siguiente definición de verdad necesaria, a saber:

- def.$\Box$A: Un enunciado A es necesario en m_i sii es verdadero en todo mundo m_j accesible a m_i; o

- def'.$\Box$A: Un enunciado $\Box$A es verdadero en m_i si A es verdadero en todo mundo m_j accesible a m_i.

Sin embargo, pese a que esta condición de verdad para $\Box$A es común a los sistemas T, S4 y S5, (y también para cualquier semántica de este tipo), ella origina conjuntos de verdades necesarias distintos para cada sistema. La diferencia radica en el conjunto de mundos accesibles a un mundo dado. En otras palabras, el conjunto M de mundos accesibles respecto de un mundo m_i es un subconjunto del conjunto de todos los mundos posibles y será diferente según sean las propiedades de la relación $\Re$ de accesibilidad. Así, en el sistema T, el conjunto de mundos accesibles a m_i, puesto que $\Re$ es reflexiva, está formado por todos los mundos que son accesibles a sí mismos. Dado que en S4, $\Re$ es reflexiva y transitiva, el conjunto de mundos accesibles a m_i, está formado por los mundos que satisfacen las propiedades de la relación. Finalmente, como en S5, la relación de accesibilidad $\Re$ es reflexiva, simétrica y transitiva, entonces el conjunto de los mundos accesibles estará formado por todos los mundos que son accesibles entre sí. De lo dicho se infiere:

(i) Que cada sistema modal define una necesidad lógica distinta, ordenando los sistemas T-S5 según el grado de necesidad lógica que represente, donde el grado de necesidad lógica depende del conjunto de los mundos posibles engendrados a partir de las propiedades de la relación de accesibilidad.

(ii) Que el sistema S5 es el que más se acerca a la idea leibniziana de necesidad lógica, ya que, todos los mundos están a la par respecto de la relación de accesibilidad, es decir todos los mundos accesibles se relacionan entre sí.

Sin embargo, en S5 la relación de accesibilidad $\Re$ es una relación de equivalencia y ella genera en el conjunto de todos los mundos accesibles una partición en clases de equivalencia, de forma tal que sólo los mundos que pertenecen a una misma clase de equivalencia, son accesibles unos respectos de los otros, mientras que los mundos pertenecientes a clases de equivalencia distintas, nunca son accesibles unos respecto de los otros. Por esta razón, los mundos que en S5 son accesibles entre ellos no son todos los mundos posibles, sino los que pertenecen a una misma clase de equivalencia y por lo tanto S5 no refleja completamente la necesidad lógica concebida por Leibniz, ya que en ella involucra al conjunto de todos los mundos posibles.

Para comprender mejor esta diferencia recordemos la semántica del sistema SL de Benson Mates. En ella, la relación de composibilidad es una relación de equivalencia sobre el conjunto de todos los conceptos individuales completos y genera en este conjunto una partición en clases de equivalencia cuyos miembros son conceptos individuales completos, y estas clases de equivalencia son precisamente los mundos posibles de Leibniz. Pero además, por ser el conjunto generado una partición, las clases de equivalencia son disyuntas y su unión es igual al conjunto originario, por lo cual los mundos posibles engendrados son todos los mundos posibles. Por el contrario, en las semánticas de Kripke, la relación de accesibilidad sobre mundos, en el caso de ser de equivalencia, genera clases de equivalencia de mundos posibles, pero éstos no son todos los mundos posibles. La diferencia apuntada hace comprender por qué, a fin de cumplir con el requerimiento leibniziano de que los mundos a considerar para validar un enunciado necesario sean todos los mundos posibles, se hace necesario introducir en las semánticas kripkianas la condición de que la clase de equivalencia sea una sola, lográndose entonces que los miembros de ella sean todos los mundos posibles. Pero esta restricción no es de índole lógica sino que se trata de una cláusula *ad hoc* que es necesario introducir a los efectos de adecuar la semántica a los requerimientos de la idea leibniziana de verdad necesaria. Con relación a lo dicho, Hintikka (1963, p.70) mostró que, si bien este requerimiento no afecta la satisfacibilidad de las fórmulas de S5, desde un punto de vista formal, hace que un tal sistema se convierta en un sistema modal especial, y por lo tanto, sirva para explicar por qué la idea tradicional (o leibniziana) de la necesidad no haya sido fructífera para la lógica modal y haya motivado su abandono en la lógica actual. Más aún, mostraremos en el parágrafo siguiente que el paulatino abandono de las ideas tradicionales acerca de la necesidad lógica por parte de la lógica actual, ha ido más allá del abandono del concepto leibniziano de necesidad lógica.

4. La lógica modal después de Kripke

Tal como lo muestra R. Orayen (1995), a fines de la década de los años 70, se inicia una etapa de la lógica modal que, sin apartarse de la tradición kripkiana, se caracterizó por la búsqueda de propiedades tanto sintácticas como semánticas comunes a familias o clases de sistemas modales y por la construcción de modelos semánticos abstractos.[4] En ellos se da cuenta de los sistemas modales tradicionales pero también se incluyen nociones cuya conexión con los conceptos de necesidad y posibilidad lógica se torna muy remota. De esta forma, son ahora los sistemas modales de Kripke los que aparecen sólo como ejemplos relacionados con un propósito técnico específico.

A nuestro propósito sólo interesan algunos resultados semánticos generales, dadas sus consecuencias respecto de las transformaciones sufridas en la significación misma de la noción de enunciado necesario.

En este enfoque se parte, a diferencia de las semánticas kripkianas, de la noción más amplia y abstracta de *marco*. Un marco M es un par ordenado $<U,\mathfrak{R}>$, donde U es un conjunto no vacío de objetos (no necesariamente mundos) y $\mathfrak{R}$ es una relación diádica definida sobre los elementos de U (no necesariamente la relación de accesibilidad entre mundos). Si M es un marco y V una función de asignación definida dentro del marco M, entonces se dice que la terna $<U,\neg, V>$ es un modelo basado en el marco M, o *modelo estándar*. Así, los resultados anteriores en términos de modelos de Kripke quedarán ahora incluidos como casos dentro de otros más generales, a saber:

(i) La fórmula (T) $\Box A \rightarrow A$ es válida en el marco $<U,\mathfrak{R}>$ sii $\mathfrak{R}$ es reflexiva.

(ii) La fórmula (S4) $\Box A \rightarrow \Box\Box A$ es válida en el marco $<U,\mathfrak{R}>$ sii $\mathfrak{R}$ es transitiva.

(iii) La fórmula (S5) $\Diamond A \rightarrow \Box\Diamond A$ es válida en el marco $<U,\mathfrak{R}>$ sii $\mathfrak{R}$ es simétrica.

[4] Un amplio detalle de estas familias de sistemas modales, se encuentra en las obras de B. Chellas. *Modal Logic*. Cambridge, 1980; R. Jansana, *Una introducción a la lógica modal*. Tecnos, 1990; G. E. Hughes & M. J. Creswell, *E new introduction to modal logic*. Routledge, 1996 y Chagrov & M. Zakharyaschev, *Modal Logic*. Oxford, 1997.

Asimismo, desde esta perspectiva es posible generalizar la definición de □A del siguiente modo:

- Def. □A: Para cualquier sistema modal normal S y cualquier fórmula A de S, □A es verdadera en el modelo bajo el marco $<U,\mathfrak{R}>$ sii la función asignación V, asignó Verdad a A para todos los pares de elemento del conjunto U que satisfacen la relación $\mathfrak{R}$ correspondiente a S.

En la cual el conjunto U puede ser un conjunto de objetos cualesquiera, a condición de que no sea vacío, la relación $\mathfrak{R}$ puede ser cualquier relación diádica entre los elementos de U y el operador □ puede ser entendido de diversas maneras como representando la tradicional necesidad lógica o como representando otras clases de necesidad como la necesidad epistémica, la necesidad deóntica, la necesidad temporal, la necesidad contingente y hasta nociones de necesidad que difícilmente un filósofo pueda ver emparentadas con la necesidad lógica, como por ejemplo el usado en la lógica dinámica, en la cual *p es necesaria respecto de un estado (de programa) dado s*, significa que *p* es verdadera en todos los estados (de programa) *t* accesibles desde *s* vía la relación *r*.[5]

En síntesis, si bien el desarrollo de la lógica modal generalizada ha convertido a la lógica modal en una herramienta de gran utilidad en la lógica actual, puede opinarse también que ha aparejado consecuencias filosóficas quizás no deseadas. En efecto, por un lado, se reafirma la consecuencia de las semánticas de Kripke acerca de las distintas nociones de necesidad y el consecuente abandono del requisito de unicidad del conjunto de las verdades necesarias implicado en la concepción de Leibniz. Por el otro lado, es posible sostener que, a diferencia de lo sucedido en la lógica filosófica con las semánticas de Kripke, los sistemas modales generalizados han he-

[5] David Harel. "Dynamic Logic" en *Handbook of Philosophical Logic*, vol. II. Reidel, 1884, p. 501.

cho posible interpretaciones que vacían de contenido filosófico al operador de necesidad, tal como se infiere de la definición de □A dada precedentemente. En ella, el conjunto U es cualquier conjunto de objetos y no necesariamente mundos, por ejemplo estados o procesos secuenciales de programas computacionales, y la relación $\mathfrak{R}$ entre los miembros de U, en lugar de ser la relación de accesibilidad puede ser cualquier otra relación con las mismas propiedades. Más aún, tal como lo afirma Kosta Došen, (1999, pp.78-79) el estudio abstracto de modelos modales posibilitó la aplicación de la lógica modal a la probabilidad aritmética y a los más diversos campos de las ciencias de la computación. Es precisamente este grado de generalización de la lógica modal actual la razón que lo lleva a considerar a la lógica modal actual como la *teoría general de las operaciones proposicionales unarias,* aún con la limitación que tal definición impone, es decir, considerar a la lógica modal como un conjunto de sistemas lógicos caracterizados sólo por agregar operadores unarios a bases boolianas. El parentesco conceptual de estos sistemas con los ideados para expresar la noción de necesidad lógica es evidentemente remoto.

5. La semántica de David Lewis para los enunciados condicionales contrafácticos

Con la aparición de los trabajos de R. Chisholm en 1947 y de N. Goodman en 1955 se instaló definitivamente en la investigación lógica la problemática acerca de las condiciones de verdad de los enunciados condicionales contrafácticos, debido a la inadecuación del condicional material para este tipo de enunciados. Puesto que todos los sistemas modales clásicos parten de una determinada implicación o condicional estricto al que se le hace corresponder un determinado tipo de necesidad lógica y, los condicionales contrafácticos no conforman ningún tipo de condicional estricto, tampoco los sistemas modales basados en las semánticas kripkianas pueden brindar una respuesta satisfactoria en relación a la definibilidad de los condicionales contrafácticos. A principios de los años 70, comenzaron los primeros intentos de construir sistemas lógicos que dieran cuenta de los enunciados condicionales contrafácticos. Entre ellos cabe destacar las semánticas de R. Stalnaker (1968) y David Lewis (1973) basadas también en mundos posibles. A nuestros propósitos, nos referiremos sólo a la semántica de David Lewis.

Para construir su sistema, introduce primero el operador lógico contrafáctico primitivo, a saber: el operador contrafáctico *would* $\Box\!\!\rightarrow$ (*Si se hubiera dado el caso de que... entonces se habría dado el caso de que...*) y muestra que éste no constituye ningún tipo de condicional estricto. Para este fin David Lewis sigue una estrategia totalmente diferente a la de las semánticas kripkianas. En efecto, contrariamente a lo que se hace en las semánticas modales estándares, en las cuales se parte de asociar a cada operador de necesidad un tipo de condicional estricto, postula una *función de asignación* tal que, para cada mundo m_i asigna un conjunto de mundos S_i, llamado *esfera de accesibilidad de* m_i y que puede ser entendida como el conjunto de mundos accesibles a m_i. Cada tipo de necesidad es caracterizada por una esfera de accesibilidad particular. Por ejemplo: para la necesidad física y para el condicional estricto físico $\Box(A\rightarrow B)$ asigna a cada mundo m_i una esfera de accesibilidad S_i que contiene todos los mundos posibles en los que rigen las leyes naturales de m_i. De esta forma un condicional estricto físico $\Box(A\rightarrow B)$ es verdadero respecto del mundo m_i sii B es verdadero en todo A-mundo donde valen las leyes naturales de m_i. A la necesidad que él llama *necesidad respecto de los hechos,* y su condicional estricto correspondiente $\Box(A\rightarrow B)$, asigna a cada mundo m_i, una esfera de accesibilidad S_i compuesta por el conjunto de mundos que son exactamente como m_i respecto de todos los hechos de una cierta clase.

Para el caso de nuestro interés, o sea para el operador $\Box$ de necesidad lógica y el enunciado condicional estricto, $A\Rightarrow B$, la función de asignación le otorga una esfera de accesibilidad que consiste en el conjunto de todos los mundos posibles, obteniéndose las siguientes condicionas de verdad para la verdad necesaria y el condicional estricto clásico:

- $\Box A$ es verdadero en un mundo m_i sii A es verdadero en toda la esfera de accesibilidad S_i de m_i, y

- $\Box(A \rightarrow B)$ es verdadero en un mundo m_i sii el enunciado B es verdadero en todos los mundos de la esfera de accesibilidad S_i en los que es verdadero el enunciado A (i.e., los A-mundos de S_i).

Sin embargo, tal como ya lo hemos señalado, según David Lewis el condicional contrafáctico $A \Box\!\!\rightarrow B$ no es ningún tipo de condicional estricto clásico sino que más bien se relaciona con un cierto tipo de condicional basado en una relación de similaridad entre mundos posibles, pero del que no se sabe cuán estricto es. Por ello David Lewis considera más apropiado llamarlo *condicional de estrictez variable* (*variably strict conditional*).

La semántica la construye del siguiente modo: mientras que para un condicional estricto hay una asignación tal que para cada mundo m_i asocia una sola esfera de accesibilidad S_i, para cada condicional contrafáctico (o sea de estrictez variable) hay una asignación que asocia a cada mundo m_i un conjunto $\$_i$ de esferas de accesibilidad S_i, más grandes o más pequeñas según el caso. Así la función asignación otorga a cada mundo posible m_i un conjunto $\$_i$ de conjuntos de mundos posibles. Se crea así un sistema de esferas $\$_i$ que estará centrado sobre un mundo m_i, si se cumplen determinadas condiciones que no es necesario detallar aquí, pero que corresponden a la idea intuitiva de agrupar los mundos posibles respecto de un mundo m_i según su grado de similaridad comparativa respecto del mundo m_i. De esta forma las condiciones de verdad para un condicional contrafáctico se definen como sigue:

- $A \Box\!\!\rightarrow B$ es verdadero en un mundo m_i (de acuerdo a un sistema de esferas $\$_i$) sii

(i) ningún A-mundo pertenece a ninguna esfera $S \in \$_i$
(caso vacuo), o
(ii) alguna esfera $S_i \in \$_i$ contiene al menos un A-mundo y $(A \rightarrow B)$ vale en todo mundo $\in S_i$.

Ahora bien, aunque resulte extraño, la semántica de David Lewis permite también definir el concepto de enunciado necesario. Agregando una constante ^ para representar las contradicciones, se obtiene la siguiente definición de enunciado necesario:

$$\Box A =_{def} \neg A \Box\!\rightarrow \bot$$

Luego, y a partir de las condiciones de verdad del operador *would* $\Box\!\rightarrow$ y de las definiciones de los operadores modales, se hace posible dar las condiciones de verdad para el enunciado modal *necesario A*, a saber:

- $\Box A$ es verdadero en un mundo m_i (de acuerdo $\$_i$) sii A es verdadero en todo mundo de toda esfera $S_i \in \$_i$.

En síntesis, la semántica de David Lewis no sólo ha sido capaz de dar las condiciones de verdad para los enunciados contrafácticos, sino que además ha permitido definir también la noción de verdad necesaria. Teniendo en cuenta los fracasados intentos anteriores para formalizar los condicionales contrafácticos, no deja de parecer extraña la definición de la necesidad lógica a partir de las condiciones de verdad de un condicional contrafáctico. Dado que la riqueza lógica de un sistema se mide en términos de la cantidad de nociones y resultados lógicos que genera a partir de sus elementos primitivos, no hay duda alguna de que la posibilidad de definir la necesidad lógica partiendo de las condiciones de verdad de un condicional contrafáctico, constituye una buena razón a favor de la mayor riqueza lógica de la semántica David Lewis.

Más aún, el poder abarcativo de esta semántica no se acaba en la definición dada de verdad necesaria. En forma muy similar a cómo se construyen los sistemas modales en la etapa generalizada de la lógica modal, esta semántica hace posible generar una gran cantidad de sistemas condicionales que él llamará V-*lógicas* y que se ordenarán según sean las condiciones que se impongan al sistema de esferas con relación a una interpretación basada en ella. Por ejemplo, si se quiere que valga el axioma característico de T,$\vdash\Box A\rightarrow A$, se requerirá que el conjunto de esferas $\$_i$ sea totalmente reflexiva, coincidiendo con las condiciones impuestas en la semántica de marcos para el sistema T de C. I. Lewis. De esta manera se genera un conjunto 26 *V-lógicas*, entre las cuales VC es la lógica oficial para los condicionales contrafácticos. Más aún, D. Lewis prueba que todos los teoremas de cualquier lógica modal son teoremas de las V-lógicas. Por ejemplo, el sistema VT y sus extensiones tienen como axioma el axioma característico de T; el sistema VTU y sus extensiones comparten el axioma característico de S5; los sistemas VN y VNS expresan el sistema minimal D de lógica deóntica y así sucesivamente con los demás sistemas modales.

Sin embargo, para expresar la noción leibniziana de verdad necesaria que hemos estado buscando nuevamente en la semántica de Lewis hace falta agregar la condición de que el sistema de esferas $\$_i$ sea universal, o sea que el conjunto $U\$_i$ sea el conjunto de todos los mundos posibles. En forma análoga a la restricción que indicaba Hintikka para obtener la necesidad lógica leibniziana a partir de S5, aquí se ha debido introducir la condición de que $U\$_i$ sea el conjunto de todos los mundos posibles. De ello se sigue, sin piedad alguna, la misma consecuencia que en las semánticas tradicionales a lo Kripke y, por ello, ambas semánticas están a la par respecto de la posibilidad de expresar adecuadamente la idea leibniziana de necesidad lógica.

Resumiendo. Hemos intentado mostrar: 1) que tanto la semántica de Kripke como la de D. Lewis, a los efectos de expresar el primitivo concepto filosófico de verdad necesaria concebido por Leibniz, requieren restricciones similares; 2) que tales restricciones convierten a los sistemas leibnizianos en sistemas particulares sin interés para la lógica modal actual, tal como sucede con el sistema de Benson Mates (aún cuando hoy se acuerde en su valor filosófico debido a su brillante exposición de las ideas lógicas de Leibniz); 3) que en los sistemas modales clásicos basados en las semánticas de Kripke, la necesidad lógica queda relativizada a las propiedades de la relación de accesibilidad entre mundos posibles; 4) que en el enfoque de la lógica modal abstracta que impera en nuestros días, los sistemas modales basados en la semántica kripkiana han devenido en clases de sistemas modales que son solamente ejemplos de familias de sistemas modales más generales y relacionados muy remotamente con los conceptos filosóficos originarios y 5) que el tratamiento abstracto de la lógica modal ha producido como resultado que cada sistema modal, según sea el dominio de la interpretación elegida, defina un sentido de necesidad específico.

Por todo lo expuesto, creemos que en este nuevo milenio, después de trescientos años de búsqueda filosófica acerca de la necesidad lógica y como consolidando su independencia total de la filosofía, la lógica actual parece haber probado la inviabilidad del requerimiento filosófico acerca de la unicidad del conjunto de las verdades necesarias y devuelve a la filosofía una necesidad lógica que es solamente una de las tantas necesidades posibles. Corresponde ahora desde la filosofía reflexionar acerca de los resultados lógicos mostrados y comenzar esta tarea ha sido tal vez el motivo principal de este trabajo.

Universidad de Buenos Aires
SADAF

Bibliografía

Carnap, R. (1947) *Meaning and Necessity.* Chicago Press.

Hintikka, J.(1963) *The Modes of Modalities.* Reidel.

Hughes, G. & Cresswell, M. (1996) *A New Introduction to Modal Logic.* Routledge.

Lewis, David. (1973) *Counterfactuals,* Oxford, Basil Blackwell.

Mates, Benson. (1968) "Leibniz on Possible Worlds", en *Logic, Methodology and Philosophy of Science,* North Holland.
Kosta Došen. (1999) "Negation in the Light of Modal Logic". En *What is negation?,* Eds. D. Gabbay y H. Wansing, Kluwer. Academic Publishers, pp. 77-86.
Orayen, Raúl. (1995) "Lógica Modal", *en Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía,* tomo 7, Lógica, pp. 289-322.

Abstract

It is known that logicians and philosophers have been interested on modal sentences since Aristotle and that it was Leibniz who gave the first definition of logical necessity: a necessary truth is the one that is true in every possible world. More than three centuries later, in the first half of the XX century, C. I. Lewis **developed** the first modal systems capable to formulate old Aristotelian definitions of modal operators in modern logic. However, it is only with Kripke's semantic of possible worlds that it was possible to get the first characterization of Leibnizian concept of necessary truth. Later on, David Lewis built a new semantics, also based on the notion of possible world, that allowed to give truth conditions of counterfactual conditionals and define necessary truth from them. The present paper intends to show: 1) that the modal systems built on Kripke classic semantic don't realize strictly the Leibnizian concept of necessary truth despite the fact that they were inspired by it ; 2) in addition, in the posterior developments of Kripkian semantic, the modal systems —and particularly the meaning of modal operators —have gradually lost their original philosophical content, and 3) despite David Lewis's semantics of counterfactual conditional was more fruitful for the philosophical logic than the modal systems based on the traditional semantics of possible worlds, however it was not successful to express appropriately the Leibnizian idea of necessary truth.